



Olimpiada Mexicana de Matemáticas

Educación Básica

Ciudad de México

Entrenamiento I

12 de Enero

2do y 3ro de secundaria

1. ¿Cuánto vale la suma $1 + 2 + 3 + \dots + 4000$?
2. ¿Cuál de los números $2019(1 + 2 + \dots + 2018)$ ó $2018(1 + 2 + \dots + 2019)$ es más grande?
3. ¿Se pueden colocar los signos "+" y "-" en los cuadrados entre los números

$\square 1 \square 2 \square 3 \square 4 \square 5 \square 6 \square 7 \square 8 \square 9 \square 10 \square 11 \square 12$

de manera que el resultado nos de 13?

4. Un nadador para entrenar realiza sesiones de entrenamientos de 3, 5 y 7 kilómetros. Su entrenador le recomienda entrenar un total de 35 kilómetros. ¿Podrá realizarlos en 10 sesiones?
5. Encuentra una fórmula para la suma de los primeros n impares.
6. Las 28 fichas de dominó están acomodadas en una cadena, de manera que el número de puntos en los extremos unidos de un par de fichas adyacentes coinciden. Si uno de los extremos de la cadena es un número 5, ¿cuál es el número en el otro extremo de la cadena?
7. Si $6! \times 7! = n!$. ¿Cuánto vale n ?
8. ¿Cuánto vale $7^7 + 7^7 + 7^7 + 7^7 + 7^7 + 7^7 + 7^7$?
9. ¿Cuál es la máxima potencia de 2 por la cual podemos dividir a $1 + 2 + \dots + 10^{2019}$?

10. El producto de 22 enteros es igual a 1. Muestra que su suma no puede ser cero.
11. Se escogen 45 puntos a lo largo de una línea AB , todos ellos fuera del segmento AB . Prueba que la suma de las distancias desde esos puntos al punto A no puede ser igual a la suma de las distancias desde esos puntos al punto B .
12. Tenemos los números del 1 al 2019, si en cada paso podemos cambiar dos números cualesquiera por su diferencia. Muestra que habrá un número par después de 2018 pasos.
13. Un gusano se desplaza verticalmente sobre un árbol. Cada día puede solamente subir o bajar. Si el primer día recorre 1 cm, el segundo día recorre 2 cm y así sucesivamente. ¿Será posible que después de 17 días el gusano se encuentre en el lugar donde partió?
14. Suma todos los dígitos de los números del 1 al 100. En otras palabras, suma todos los dígitos que forman los números separadamente, por ejemplo para el 87 sumamos $8 + 7$.
15. Si a y b son números distintos que cumplen que $a^2 + b^2 = 4ab$, ¿cuál es el valor de $(\frac{a+b}{a-b})^2$?
16. Sea P la suma de todos los números pares positivos menores que 2019 y sea I la suma de todos los números impares positivos menores o iguales que 2019. ¿Cuál es el valor de $I - P$?
17. En un pizarrón se escriben los números del 1 al 2019. A continuación se escogen dos de esos números a y b , se borran y se escribe en el pizarrón el valor de la suma $a + b$. Se continúa de este modo hasta que quede un sólo número en el pizarrón. ¿Cuál es ese número?
18. A una cuadrícula de 8×8 se le retiran un par de esquinas opuestas. ¿Puede ser cubierta con 31 fichas de dominó (fichas de 2×1 cuadritos)?