



Olimpiada Mexicana de Matemáticas

Educación Básica

Ciudad de México

Entrenamiento VI

29 de enero

2do y 3ro de secundaria

1. ¿Qué dígitos puede ser a para que el número $12345678a$ sea divisible entre 3? ¿Y para que sea divisible entre 2? ¿Y entre 5? ¿9? ¿10? ¿11?
2. En la cuenta de banco de César le dijeron que tenía $732128_ _$. Las dos últimas cifras se borraron, pero recuerda que el total era divisible entre 90. ¿Cuánto dinero tiene en su cuenta?
3. Encuentra el menor entero positivo que sea igual a 5 veces el producto de sus dígitos.
4. Encontrar un número positivo a tal que la suma $a + 2a + 3a + \dots + 9a$ resulta ser un número con todas sus cifras iguales.
5. Para que un número de 7 cifras: $6a74b14$ sea múltiplo de 9 y de 11, ¿cómo deben ser a y b ?
6. ¿Cuál es el número más grande de 7 dígitos distintos que es divisible entre 11?
7. ¿Es cierto que si un número natural es divisible entre 6 y 4, entonces es divisible entre $4 \times 6 = 24$?
8. El número A no es divisible entre 3 ¿es posible que el número $2A$ sea divisible entre 3?
9. Si el número A es par ¿es cierto que el número $3A$ debe ser divisible entre 6?

10. Demuestra que si el número pA es divisible entre q y además sabemos que p y q son primos relativos, entonces A es divisible entre q .
11. Demuestra que si un número natural es divisible entre dos números primos relativos p y q , entonces el número es divisible entre pq .
12. Pruebe que el producto de cualesquiera tres números naturales consecutivos es divisible entre 6.
13. Prueba que el producto de cualesquiera 5 números naturales consecutivos es
 - divisible entre 30
 - divisible entre 120
14. Dado un primo p , encuentra la cantidad de enteros positivos menores a p tales que son primos relativos con p .
15. Dado un primo p , encuentra la cantidad de enteros positivos menores que p^2 que son primos relativos con p .
16. Encuentra el menor número natural n tal que $n!$ es divisible por 990.
17. ¿Existe algún entero positivo n tal que $n!$ termina en exactamente 5 ceros?
18. ¿Cuántos ceros hay al final de la representación decimal del número $100!$?
19. Prueba que si un número tiene una cantidad impar de divisores, entonces dicho número es un cuadrado perfecto.
20. ¿Puede un número con cien 0's, cien 1's y cien 2's ser un cuadrado perfecto?