



# Olimpiada Mexicana de Matemáticas

Educación Básica

Ciudad de México

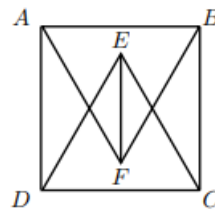
## Entrenamiento VII

**4 de febrero**  
**2do y 3ro de secundaria**

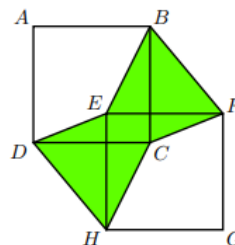
1. Prueba que la ecuación  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} + \frac{1}{f} = 1$  no tiene soluciones en los números naturales impares
2. Omar le da a cada uno de sus libros una clave de tres letras utilizando el orden alfabético:  $AAA, AAB, AAC, \dots, AAZ, ABA, ABB, \text{etc.}$  Considerando el alfabeto de 26 letras y que Omar tiene 2203 libros, ¿cuál fue el último código que Omar utilizó en su colección?
3. Se escriben en sucesión todos los números del 1 al 2019, en orden, uno a continuación del otro, para formar un número muy grande que llamaremos  $G$ . ¿Cuál es la cifra central de  $G$ ?
4. ¿Cuál es la mayor potencia de 2 que divide a  $1 + 2 + 3 + \dots + 10^{11}$ ?
5. Los números  $\frac{1234}{321}$ ,  $10^2$ ,  $\sqrt[3]{100000}$ ,  $1 + 10 + 10^2$  y  $\pi^5$  se van a acomodar en orden creciente. ¿Cuál número debe quedar en medio?
6. Los asientos de un carrusel están numerados con los números  $1, 2, 3, \dots$ . Si Arturo está sentado en el número 11 y Brenda está sentada en el número 4, diametralmente opuesta a él, ¿cuántos asientos tiene el carrusel?
7. Hay 60 pájaros en tres árboles. Después de escuchar un disparo vuelan 6 pájaros del primer árbol, 8 pájaros del segundo y 4 pájaros del tercero. Si ahora hay el doble de pájaros en el segundo que en el primer árbol, y el doble en el tercero respecto al segundo, ¿cuántos pájaros había originalmente en el segundo árbol?

8. ¿Cuántas palabras diferentes se pueden formar borrando al menos una de las letras de la palabra ANTENA? Por ejemplo, algunas palabras que se obtienen así son A, TNA, ANTNA.

9. En la figura,  $ABCD$  es un cuadrado y los triángulos  $ABF$  y  $DEC$  son equiláteros. Si  $AB = 1$ , ¿cuál es la longitud de  $EF$ ?



10. En la figura,  $ABCD$  y  $EFGH$  son dos cuadrados iguales. El área de la región sombreada es 1. ¿Cuál es el área del cuadrado  $ABCD$ ?

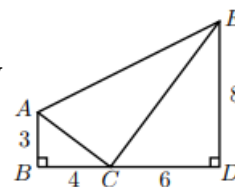


11. Sean  $x, y, z$ , enteros no negativos tales que  $x + y + z = 12$ . ¿Cuál es el valor más grande de la suma  $xyz + xy + yz + zx$ ?

12. La sucesión  $a_1, a_2, a_3, \dots$  satisface que  $a_1 = 19$ ,  $a_9 = 99$  y para  $n \geq 3$ ,  $a_n$  es el promedio de los primeros  $n - 1$  términos. Encuentra el valor de  $a_2$ .

13. ¿Cuál es el mayor número entero  $m$  tal que  $m$  siempre divide a  $n^2(n^2 - 1)$  para cualquier entero  $n$ ?

14. En la siguiente figura se tiene que los ángulos  $\angle ABC$  y  $\angle CDE$  son rectos. ¿Cuánto mide el segmento  $AE$ ?



15. Diez puntos están marcados en una línea recta, y 11 puntos están marcados sobre otra línea recta paralela a la primera. ¿Cuántos

- (a) triángulos
- (b) cuadriláteros

hay con vértices en estos puntos?