Olimpiada Mexicana de Matemáticas
Educación Básica
Ciudad de México
5 de marzo
6to de primaria y secundaria

Invarianza

1. Un círculo está dividido en seis sectores. Los números 1, 0, 1, 0, 0, 0 están escritos en los sectores (en sentido contrario a las manecillas del reloj). Una movida consiste en escoger dos sectores adyacentes y sumarle 1 a sus números. ¿Será posible igualar todos los números utilizando una cantidad finita de movidas?

2. Se colorean una fila de cuadritos de dos colores, de modo que el primero y el último tienen distinto color. Muestra que la cantidad de parejas de cuadritos adyacentes que están coloreados de distinto color es un número impar.

3. En un pizarrón se escriben los números del 1 al 2013. Totoro escoge dos números, escribe la diferencia positiva de ellos en el pizarrón y borra los números que escogió. Luego hace lo mismo con los números que quedan en el pizarrón y continúa hasta que le queda un solo número, ¿es posible que este número sea el 6?

4. Se tiene un tablero de ajedrez con la coloración usual. a) En cada paso se puede elegir un renglón o una columna y cambiar el color de todos los cuadritos en ese renglón o columna (blanco cambia a negro y negro cambia a blanco). b) En cada paso se permite elegir un subtablero de 2x2 y cambiar el color de esos cuadritos. c) En cada paso se permite elegir un renglón, una columna o un subtablero de 2x2 y cambiar el color de los cuadrados elegidos. Responde si en cada uno de los tres casos es posible, después de un número finito de pasos, tener solamente un cuadrito negro.

5. Tachamos el primer dígito de 17^{2013} y se lo sumamos al número que queda. Este proceso se repite hasta que queda un número muestra que el número que queda tiene dos dígitos iguales.

6. Tres números a, b, c se escriben en un pizarrón. En un movimiento se elige uno y se cambia por la suma de los otros dos menos uno. Esta operación se repite varias veces hasta que se obtienen los números 17, 1967, 1983. ¿Los números iniciales pudieron haber sido 3,3,3 o 2,2,2?

Coloraciones

1. Una hormiga camina por un tablero de ajedrez de modo que siempre va de la casilla en la que está a una casilla adyacente (dos casillas son adyacentes si tienen un lado en común). Si la hormiga comienza en la casilla inferior izquierda y quiere visitar cada casilla exactamente una vez, ¿será posible que la última casilla que visite sea la casilla de la parte superior derecha?

2. En un tablero de 2013x2013 se quiere hacer un recorrido con un caballo que inicie en cualquier casilla y que, después de haber visitado cada casilla exactamente una vez, termine en la casilla en que inició, ¿es posible hacerlo?

3. Totoro y Aldonza van a jugar otro juego: se tiene un tablero de 2013x2013, en cada turno Totoro colorea de rojo un cuadrado de 2x2 dentro del tablero (de los que no están coloreados ya), si es que puede hacerlo, y después Aldonza colorea de azul un cuadrito de 1x1 del tablero (de los que no están coloreados ya). El juego continua hasta que se han coloreado todos los cuadritos y gana el que haya coloreado la mayor cantidad de ellos. ¿Quién tiene una estrategia ganadora y cuál es?

4. En un tablero de 9×9 se colocan 65 insectos cada uno en el centro de una casilla. Los insectos empiezan a moverse al mismo tiempo y a la misma velocidad a una casilla que comparte lado con la casilla en la que están. Al llegar a siguiente casilla dan un giro de 90 grados y siguen con su camino (sin salirse del tablero). Demuestra que en algún momento hay dos insectos en la misma casilla. (Nota: Los giros pueden ser a la derecha o a la izquierda)