Olimpiada de Matemáticas del Distrito Federal
Concurso de Primaria y Secundaria 2015-2016

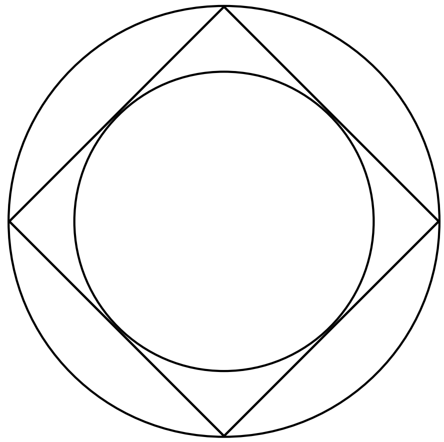
Primero de secundaria

Tarea de invierno

Cuidad de México

- Esta tarea la tienes que entregar el sábado 9 de enero, en el entrenamiento.
- Por favor, entrega **PROBLEMAS DIFERENTES EN HOJAS DIFERENTES.**
- No entregues únicamente la respuesta de los problemas, incluye TODO el procedimiento que usaste para llegar a la respuesta. La respuesta sola no valdrá puntos, aún si está bien. Lo que calificaremos es el procedimiento.
- La tarea consta de 15 problemas. Te recomendamos hacer un problema al día y tomar algunos días de descanso. De esa manera te mantendrás practicando todas las vacaciones y no perderás el ritmo de trabajo.
- Así como los problemas de los exámenes de la olimpiada no son como los problemas que te ponen en los exámenes de tu escuela, la tarea no es una tarea como las de la escuela. Si intentas empezarla el día antes de que la tienes que entregar, probablemente no te dará tiempo de acabarla, por lo que te recomendamos hacerla con tiempo.
- Acuérdate que muchas veces lo difícil de un problema no es resolverlo, sino escribir su solución. Te recomendamos que en cuanto acabes de resolver un problema, escribas todos los detalles de su solución y te asegures de que todos los pasos están bien justificados.

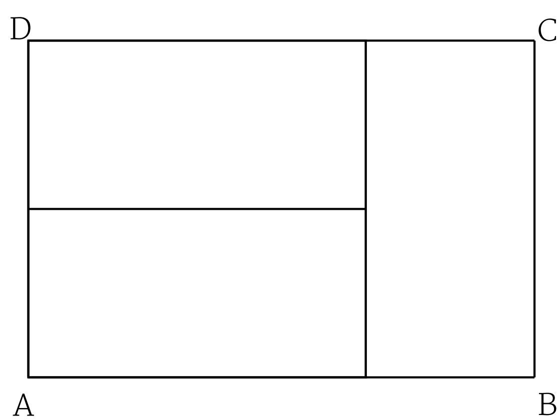
1. Un círculo cuyo radio mide 1 está inscrito en un cuadrado y éste a su vez está inscrito en otro círculo. ¿Cuánto mide el radio del círculo grande?



2. ¿Cuántos números enteros positivos de tres dígitos cumplen que el producto de sus dígitos es igual a 20?

3. Tenemos 7 pelotas: una roja, una azul, una verde, una blanca, una morada, una amarilla y una naranja. ¿De cu'antas formas podemos ponerlas en una fila sin que queden la roja y la azul juntas?

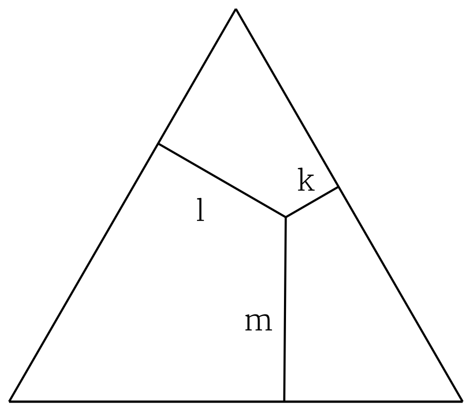
4. Con 3 rectángulos iguales se formó un rectángulo más grande, como el que se muestra en la figura. Si la longitud $BC = 2cm$, ¿cuál es la longitud de AB?



5. El número 113 es primo, y su *reflejado* 311 también es primo. ¿Cuántos números de dos dígitos mayores a 10 y menores a 99 cumplen esta propiedad?

6. El Rey Arturo está sentado en la mesa redonda, con sus 25 caballeros. De entre los caballeros tiene que escoger 3 de ellos para que peleen contra el dragón. Ha decidido que si escoge un caballero, entonces no va a escoger a nungún caballero que esté sentado junto al que escogió (es decir, de los 3 caballeros que escoge, nunca hay 2 que estén sentados juntos). ¿De cuántas maneras puede elegir a los caballeros que pelearán contra el dragón?

7. Se traza un punto dentro de un triángulo equilátero , cuya altura mide $5cm$ como se muestra en la figura. Si l, k y m son las longitudes de los segmentos que se señalan en la figura, ¿cuánto vale la suma $l + k + m$?



8. El número de 8 dígitos $ppppqqqq$, donde p y q son dígitos, es múltiplo de 45. ¿Cuáles son los posibles valores del dígito p?

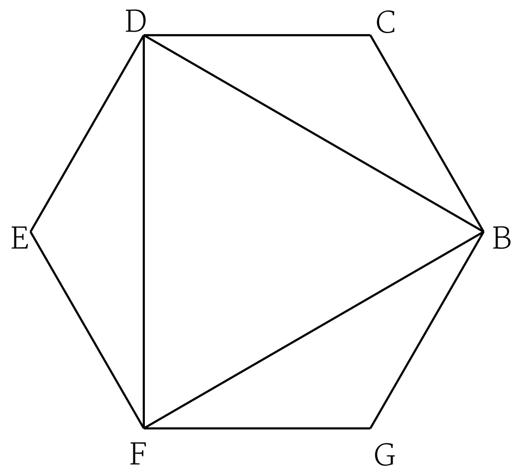
9. Un periódico de 60 páginas se arma con 15 hojas de papel, que se colocan una encima de otra y luego se doblan a la mitad. Una vez dobladas se numeran las páginas del periódico. Si en el periódico que tiene Javier falta la página 7, ¿cuáles otras faltarán obligatoriamente?

10. Un número entero positivo es *travieso* si cumple las siguientes condiciones:

   - Cada uno de sus dígitos es 1, 2 o 3;
   - Cada uno de los dígitos 1, 2 o 3 aparece al menos 2 veces en el número *travieso*;
   - **NO** es múltiplo de 2 ni de 3.

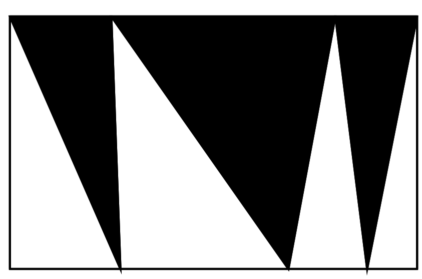
   ¿Cuál es el número travieso más chico que hay?

11. ¿Cuál es la razón entre el area del triángulo BDF y el área del hexagono $BCDEFG$?



12. En una fiesta los niños se formaron por su rebanada de pastel. El señor Gómez le dio una rebanada al primer niño. Notó que le iban a faltar rebanadas para todos, así que el resto de las rebanadas las partió a la mitad y le dio a dos niños más. Luego se volvió a dar cuenta que le seguirían faltando rebanadas y volvió a partir las rebanadas que le quedaban por la mitad y les dio pastel a 4 niños más. Nuevamente parte las rebanadas sobrantes y les da a 8 niños; y así sucesivamente (cada vez que parte las rebanadas a la mitad, le da pastel al doble de los niños que le había dado anteriormente). Si al principio tenía 8 rebanadas, ¿a cuántos niños les podrá dar pastel?

13. En la siguiente figura, ¿cuál área es más grande, la blanca o la negra?



14. Ramón tiene 5 cajas. Cada caja contiene canicas verdes o canicas rojas (pero nunca canicas de ambos colores). Las cajas tienen $110, 105, 100, 115$ y 130 canicas, respectivamente. Si Ramón le regala una de las cajas a Pedro, el número de canicas verdes que queda en las cajas de Ramón es igual a 3 veces el número de canicas rojas. ¿Cuántas canicas había en la caja que le regaló a Pedro?

15. Una barra de chocolate tiene forma de cuadrícula de 20×16, con un cuadrito en una esquina marcado con X. Andrés y Berta juegan de la siguiente manera: cada uno en su turno, comenzando por Andrés, debe partir la barra en dos por una de las líneas rectas de la cuadrícula, comerse el trozo que no contiene a la X y pasarle lo que queda al otro jugador. El que no pueda partir la barra (lo que ocurrirá cuando reciba solamente un cuadrito) pierde el juego. Determine si alguno de los dos jugadores tiene una estrategia ganadora, y explique cuál es.