



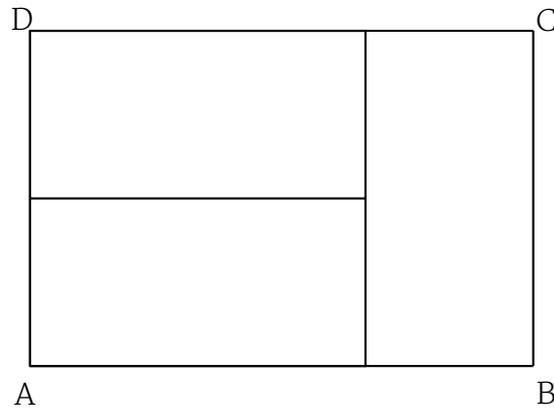
Olimpiada de Matemáticas del Distrito Federal
Concurso de Primaria y Secundaria 2015-2016
Segundo de secundaria

Tarea de invierno
Ciudad de México

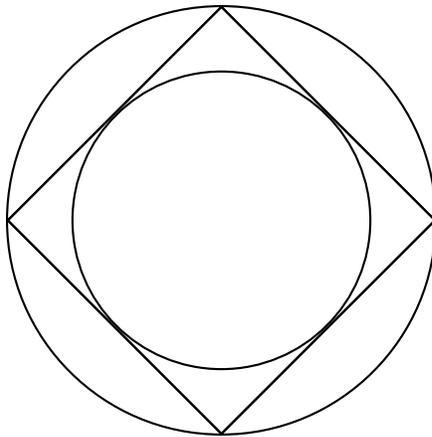
- ▷ Esta tarea la tienes que entregar el sábado 9 de enero, en el entrenamiento.
- ▷ Por favor, entrega **PROBLEMAS DIFERENTES EN HOJAS DIFERENTES.**
- ▷ No entregues únicamente la respuesta de los problemas, incluye TODO el procedimiento que usaste para llegar a la respuesta. La respuesta sola no valdrá puntos, aún si está bien. Lo que calificaremos es el procedimiento.
- ▷ La tarea consta de 15 problemas. Te recomendamos hacer un problema al día y tomar algunos días de descanso. De esa manera te mantendrás practicando todas las vacaciones y no perderás el ritmo de trabajo.
- ▷ Así como los problemas de los exámenes de la olimpiada no son como los problemas que te ponen en los exámenes de tu escuela, la tarea no es una tarea como las de la escuela. Si intentas empezarla el día antes de que la tienes que entregar, probablemente no te dará tiempo de acabarla, por lo que te recomendamos hacerla con tiempo.
- ▷ Acuérdate que muchas veces lo difícil de un problema no es resolverlo, sino escribir su solución. Te recomendamos que en cuanto acabes de resolver un problema, escribas todos los detalles de su solución y te asegures de que todos los pasos están bien justificados.



1. Con 3 rectángulos iguales se formó un rectángulo más grande, como el que se muestra en la figura. Si la longitud $BC = 2\text{cm}$, ¿cuál es la longitud de AB ?



2. El número de 8 dígitos $ppppqqqq$, donde p y q son dígitos, es múltiplo de 45. ¿Cuáles son los posibles valores del dígito p ?
3. ¿Cuál es el menor número de colores que se necesitan para pintar las caras de un cubo de manera que no haya dos caras juntas que tengan el mismo color?
4. Un círculo cuyo radio mide 1 está inscrito en un cuadrado y éste a su vez está inscrito en otro círculo. ¿Cuánto mide el radio del círculo grande?



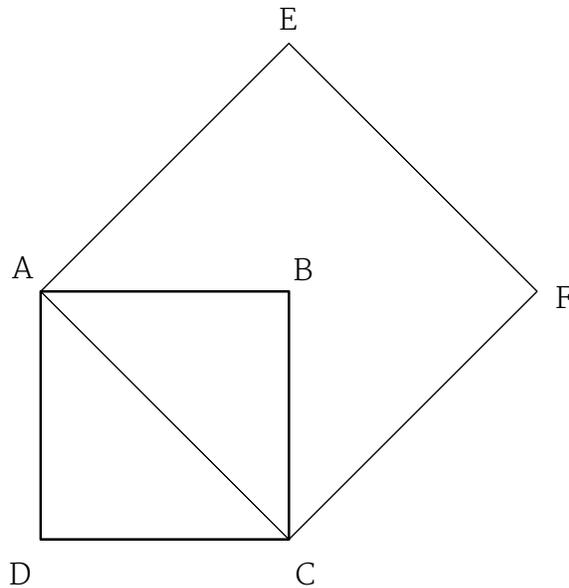
5. Un número entero positivo es *amistoso* si cumple las siguientes condiciones:

- Cada uno de sus dígitos es 3 o 4
- Al menos uno de sus dígitos es 3
- Al menos uno de sus dígitos es 4
- Es múltiplo de 3 y de 4

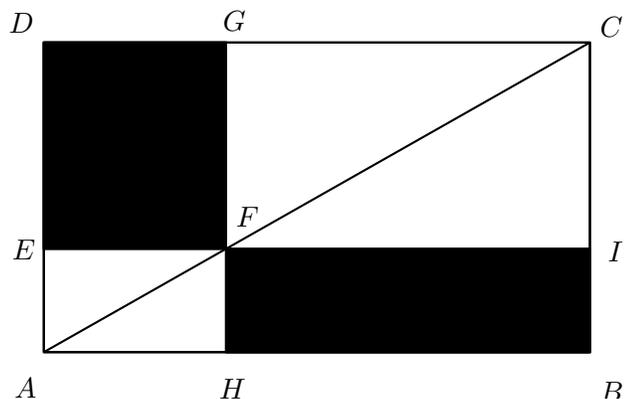
Encuentra el número *amistoso* más chico que hay.

6. • ¿Pueden las casillas de un tablero de 3×3 llenarse con números del conjunto $\{-1, 0, 1\}$, de manera que la suma de los números en cada renglón, en cada columna y en cada diagonal sean diferentes?
- ¿Pueden llenarse las casillas de un tablero de 3×3 con números del conjunto $\{-1, 0, 1\}$ de manera que la suma de los números en cada renglón y en cada columna sean diferentes?

7. En la figura el cuadrado $ABCD$ tiene lado 1. ¿Cuál es el área del cuadrado $AEFC$?

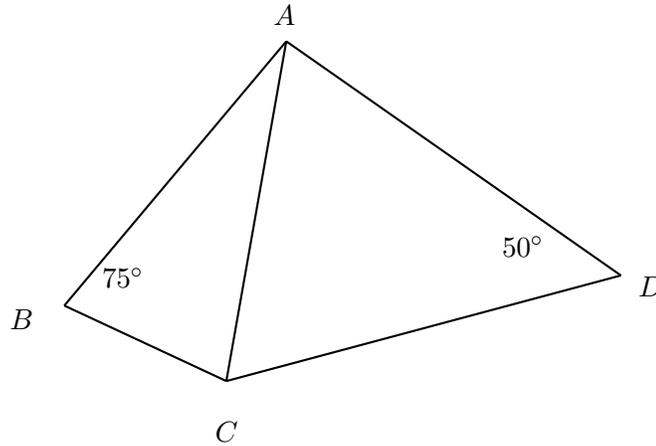


8. Un entero positivo N tiene tres dígitos y el producto obtenido al multiplicar los dígitos de N es un número de 3 dígitos. ¿Cuál es el menor valor posible que puede tomar N ?
9. Un dragón tiene 100 cabezas. Un caballero tiene una espada que puede cortar 5, 11 o 21 cabezas de un golpe. Cada vez que el caballero le corta cabezas al dragón, si no le cortó todas, entonces a éste le crecen inmediatamente más cabezas. Si le corta 5 cabezas al dragón, entonces le crecen 2 cabezas. Si le corta 11 le crecen 17 y si le corta 21 le crecen 15 cabezas. En cambio, si le corta todas las cabezas, el dragón desaparece. ¿Puede el caballero hacer que el dragón desaparezca? (De ser así, explica cómo le hace el caballero para que el dragón desaparezca; de no ser así explica por qué no lo puede hacer.)
10. Si F es un punto cualquiera en la diagonal, ¿Cuál es el resultado de dividir el área del rectángulo $DEFG$ entre el área del rectángulo $FHBI$.



11. Sea m el menor entero positivo tal que la suma de sus dígitos es igual a 2015. ¿Cuál es la suma de los dígitos de $m + 1$?
12. ¿Cuántos ceros se necesitan para escribir todos los números de 5 dígitos?
Nota: para escribir el número 200 se necesitan 2 ceros.

13. En la figura, $AD = DC$ y $AB = AC$, $\angle ABC = 75^\circ$ y $\angle ADC = 50^\circ$. ¿Cuánto mide $\angle BAD$?



14. Cuando se le suma 4 a un número de 2 dígitos, la suma de los dígitos del resultante es igual a la mitad de la suma de los dígitos del original. ¿ Cuántos valores posibles puede tener el número original?
15. Se tiene un tablero de 3×3 casillas con un cero escrito en cada una de las casillas. En un paso se permite elegir dos casillas que compartan un lado y sumarles el mismo número a las dos. ¿Es posible llegar a que se tengan todas las casillas con un 2 escrito?