Olimpiada de Matemáticas de la Ciudad de México
Concurso de Primaria y Secundaria 2016-2017

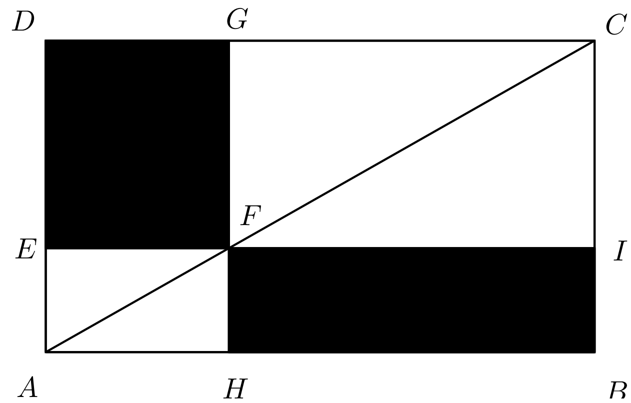
# Tercero de secundaria

## Tarea de enero

Cuidad de México

- ▷ Esta tarea la tienes que entregar el día del examen de 3ra etapa, antes de que empiece el examen.
- ▷ Por favor, entrega **PROBLEMAS DIFERENTES EN HOJAS DIFERENTES.**
- ▷ No entregues únicamente la respuesta de los problemas, incluye TODO el procedimiento que usaste para llegar a la respuesta. La respuesta sola no valdrá puntos, aún si está bien. Lo que calificaremos es el procedimiento.
- ▷ La tarea consta de 15 problemas. Te recomendamos hacer un problema al día y tomar algunos días de descanso. De esa manera llegarás al examen mejor preparado.
- ▷ Acuérdate que muchas veces lo difícil de un problema no es resolverlo, sino escribir su solución. Te recomendamos que en cuanto acabes de resolver un problema, escribas todos los detalles de su solución y te asegures de que todos los pasos están bien justificados.
- ▷ Si no logras hacer todos los problemas, no te preocupes y entrega los que puedas.

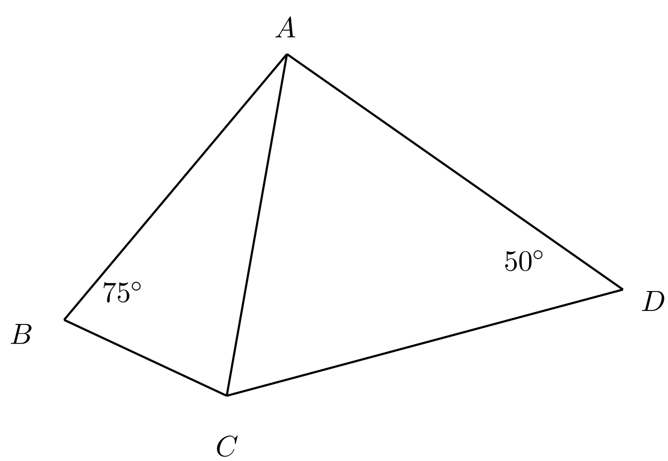
1. Si $F$ es un punto cualquiera en la diagonal del rectángulo de la figura, ¿cuál es el resultado de dividir el área del rectángulo $DEFG$ entre el área del rectángulo $FHBI$?




2. En una sucesión de seis números, cada término a partir del tercero es la suma de los dos anteriores. También, se sabe que el último término de la sucesión es cuatro veces el primer término y la suma de todos los términos es 13. ¿Cuál es el primer término de la sucesión?

3. El Rey Arturo está sentado en la mesa redonda, con sus 25 caballeros. De entre los caballeros tiene que escoger 3 de ellos para que peleen contra el dragón. Ha decidido que si escoge un caballero, entonces no va a escoger a nungún caballero que esté sentado junto al que escogió (es decir, de los 3 caballeros que escoge, nunca hay 2 que estén sentados juntos). ¿De cuántas maneras puede elegir a los caballeros que pelearán contra el dragón?

4. En la figura, $AD = DC$ y $AB = AC$, $\angle ABC = 75°$ y $\angle ADC = 50°$. ¿Cuánto mide $\angle BAD$?



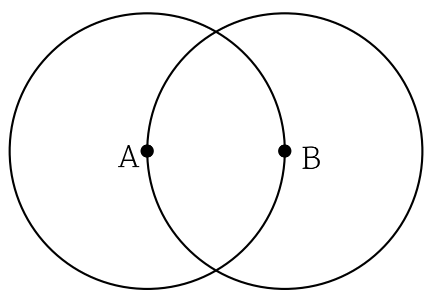
5. Un número entero positivo es *amistoso* si cumple las siguientes condiciones:

    - Cada uno de sus dígitos es $3$ o $4$
    - Al menos uno de sus dígitos es $3$
    - Al menos uno de sus dígitos es $4$
    - Es múltiplo de $3$ y de $4$

    Encuentra el número *amistoso* más pequeño que hay.

6. En una circunferencia se marcan $8$ puntos. Ana cuenta el número de triángulos que se pueden formar con vértices en esos puntos y le resta el número de pentágonos que se pueden formar con vértices en esos puntos. ¿Qué número obtuvo Ana?

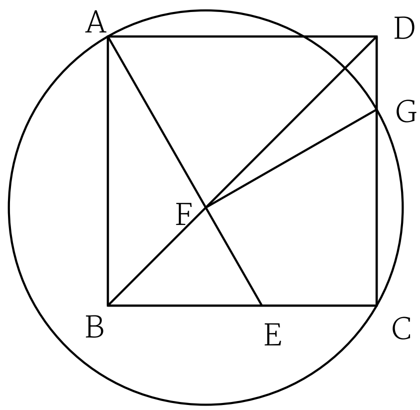
7. En la siguiente figura se muestran dos circunferencias con centros $A$ y $B$, respectivamente. La circunferencia con centro $A$ pasa por el punto $B$, y la circunferencia con centro $B$ pasa por $A$. Si el radio de las circunferencias es $28cm$, calcula el valor del área que encierran las 2 circunferencias.




8. Un entero positivo $N$ tiene tres dígitos y el producto obtenido al multiplicar los dígitos de $N$ es un número de $3$ dígitos. ¿Cuál es el menor valor posible que puede tomar $N$?

9. - ¿Pueden las casillas de un tablero de $3 \times 3$ llenarse con números del conjunto {-1, 0, 1} , de manera que la suma de los números en cada renglón, en cada columna y en cada diagonal sean diferentes?
    - ¿Pueden llenarse las casillas de un tablero de $3 \times 3$ con números del conjunto {-1, 0, 1} de manera que la suma de los números en cada renglón y en cada columna sean diferentes?

10. Se tiene un cuadrado $ABCD$ y un punto $E$ sobre el lado $BC$. La intersección de $AE$ con $BD$ es el punto $F$. Con centro en $F$ se traza una circunferencia que pasa por el punto $A$, esta circunferencia intersecta al lado $CD$ en $G$. Calcula el valor de $\angle GFE$.



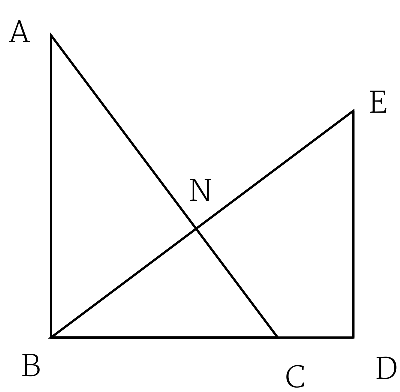

11. Diego escribe todos los número enteros $m$ positivos de tres dígitos con las siguientes 2 propiedades:

    (a) $m$ no es múltiplo de 2, 3 ni de 5;

    (b) ningún dígito de $m$ es múltiplo de 2, 3 ni de 5.

    ¿Cuántos números escribió Diego?

12. Se tienen dos triángulos rectángulos, $ABC$ y $BDE$. Se sabe que los catetos $AB$ y $BD$ miden 4 cada uno y que los catetos $BC$ y $DE$ miden 3 cada uno. Si $N$ es el punto de intersección de $AC$ con $BE$, calcula el área del triángulo $BCN$.



13. Dos jugadores A y B juegan por turnos el siguiente juego: Se tiene un montón de $2016$ piedras. En su primer turno, A escoge un divisor de $2016$, y retira ese número de piedras del montón inicial. Posteriormente, B escoge un divisor del número de piedras restantes, y retira ese número de piedras del nuevo montón, y siguen así sucesivamente. Pierde el jugador que retire la última piedra. Demuestra que uno de los dos jugadores tiene una estrategia ganadora y describir dicha estrategia.

14. Encuentra una fracción $\frac{m}{n}$, con $m$ distinto de $n$, tales que todas las fracciones

$$\frac{m}{n}, \frac{m+1}{n+1}, \frac{m+2}{n+2}, \frac{m+3}{n+3}, \frac{m+4}{n+4}, \frac{m+5}{n+5}$$

puedan ser simplificada. Ejemplo: $\frac{62}{2015}$ puede ser simplificada ya que $\frac{62}{2015} = \frac{2}{65}$.

15. Una barra de chocolate tiene forma de cuadrícula de $20 \times 16$, con un cuadrito en una esquina marcado con $X$. Andrés y Berta juegan de la siguiente manera: cada uno en su turno, comenzando por Andrés, debe partir la barra en dos por una de las líneas rectas de la cuadrícula, comerse el trozo que no contiene a la $X$ y pasarle lo que queda al otro jugador. El que no pueda partir la barra (lo que ocurrirá cuando reciba solamente un cuadrito) pierde el juego. Determine si alguno de los dos jugadores tiene una estrategia ganadora, y descríbala.